第 41 卷 第 2 期
2024 年 4 月

应 用 力 学 学 报
Chinese Journal of Applied Mechanics

Vol. 41 No. 2
Apr. 2024

文章编号:1000-4939(2024)02-0297-12

共固化多层阻尼夹嵌复合材料梁的自由振动分析

孙兴帅,梁森,杨功先

(青岛理工大学机械与汽车工程学院,266520 青岛)

摘 要:为获得大阻尼复合材料结构,开展了共固化多层阻尼膜夹嵌复合材料梁的动力学性能研究。基于一阶剪切变形理论和 Hamilton 原理,提出并推导了该结构的动力学方程,运用变分原理和伽辽金法求解了,在固支边界条件下的自由振动特性理论解,通过仿真和试验对理论可行性进行了验证,揭示了参数变化对一阶固有频率和阻尼比的影响,为多层阻尼膜在复合材料结构中的优化设计提供了理论依据。

关键词:多层阻尼膜夹嵌复合材料梁;固支边界;固有振动;伽辽金法;模态试验

中图分类号:TB332 **文献标志码**:A **DOI**:10.11776/j.issn.1000-4939.2024.02.004

Free vibration of co-cured multi-layer damping films embedded composite beam

SUN Xingshuai,LIANG Sen,YANG Gongxian

(School of Mechanical and Automotive Engineering,Qingdao University of Technology,266520 Qingdao,China)

Abstract:In order to obtain large damping composite material structure,the dynamic properties of the co-cured multi-layer damping films embedded composite beam are studied. Based on the first-order shear deformation theory and Hamilton's principle, a dynamic equation of the structure is presented, the theoretical solution of free vibration characteristics under the fixed-support boundary condition are derived and solved by using the variational principle and Galerkin method, by simulation and test to verify the feasibility of the theory, and the relationships of parameter change on the fundamental frequency and damping ratio are revealed. Conclusions provide a theoretical basis for the optimal design of multi-layer damping membranes in composite structures.

Key words: multi-layer damping films embedded composite beam; fixed-support boundary; natural vibration; Galerkin method; modal test

嵌入式共固化阻尼复合材料结构是一种多相固体,是由树脂基体相、纤维增强相和黏弹性阻尼材料经过共固化技术使得分子层面发生反应复合而成[1-3],大大提高了该材料结构的整体动力学性能。共固化多层阻尼夹嵌复合材料梁(co-cured multi-layer damping films embedded composite beam,CMD-

收稿日期:2021-10-22 **修回日期**:2022-03-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 52075280);山东省自然科学基金资助项目(No. ZR2019MEE088)

通信作者:梁森,教授。E-mail:liangsen888111@163.com

引用格式:孙兴帅,梁森,杨功先. 共固化多层阻尼夹嵌复合材料梁的自由振动分析[J]. 应用力学学报,2024,41(2):297-308.
SUN Xingshuai,LIANG Sen,YANG Gongxian. Free vibration of co-cured multi-layer damping films embedded composite beam[J]. Chinese journal of applied mechanics,2024,41(2):297-308.

FECB)与传统复合材料梁结构相比,具有更轻的质量、更高的比强度以及更大的阻尼,由于出色的减振降噪性能,广泛用于汽车、航空、航天、船舶等领域。

近年来,学者们广泛研究了单层自由阻尼和约束阻尼复合材料层合板以及梁结构的动力学特性。RAVI[4]通过使用模态叠加法对自由和约束粘弹性阻尼结构进行响应分析,得到了该结构的共振频率和响应振幅。PARTHASARATHY 等[5]推导了带有切口自由阻尼板结构的振动方程,并运用有限元法探讨了阻尼材料配置对结构模态频率、损耗因子和振型的影响。周航等[6]根据黏弹性阻尼材料的动态特性,提出一种自由阻尼结构模态分析方法。杨莉等[7]采用整体划分单元法实现了自由阻尼薄板结构的有限元建模。李伟[8]对自由阻尼结构进行有限元仿真分析,计算得到了结构的一阶模态频率与振型。BERTHELOT 等[9]基于层压板理论,对约束阻尼梁试样进行阻尼特性分析。LU 等[10-11]研究了连续或不连续约束阻尼梁和环结构,建立并验证了相应的有限元模型,并探究了温度变化对约束阻尼结构振动特性的影响规律。MOITA 等[12]开发了主动—被动阻尼层合板、梁结构的有限元模型,并计算出时域和频域的动态响应。ASSAF 等[13]基于有限元方法,采用离散基尔霍夫理论,对约束阻尼板结构进行建模,并对结构做参数化研究及优化。曾昭阳等[14]运用模态应变能法,对约束阻尼圆柱厚壳结构的刚度、结构模态阻尼比进行研究,并探讨了阻尼层参数变化和几何参数变化对壳体模型的影响规律。李烜等[15-16]利用模压工艺,将丁基橡胶阻尼材料制备成阻尼薄膜,再与纤维树脂基体按固化曲线制得嵌入式阻尼结构试件。马国瑞等[17]根据变分原理和 Hamilton 原理,对双层 CDFEC 梁进行了动力学分析。

本研究提出的 CMDFECB 结构,与自由阻尼和约束阻尼梁结构相比优点是阻尼材料嵌入到树脂基体内部,层间结合性能好、耐疲劳和阻尼性能优异[18]。而大多数研究都集中于自由阻尼和约束阻尼板和梁结构,对两端固支 CMDFECB 动态响应的分析相对稀少。因此本研究以 Hamilton 原理与一阶剪切变形理论为基础,推导出 CMDFECB 的运动方程,并通过变分原理和伽辽金法求解,将求解结果与实验和仿真数据进行对比以证明该方程的正确性,探讨固有频率和阻尼比随结构参数变化的规律,可为后续研究提供参考。

1 CMDFECB固有频率和损耗因子的推导

1.1 基本假设

CMDFECB 的几何结构如图 1,面内位移如图 2,为了方便求解,做以下假设。

1)每层之间的位移是连续的且接口处无滑移。

2)结构变形前后,每层厚度方向的法向应变和应力忽略不计。

3)阻尼材料的弹性模量和剪切模量用常复数形式。

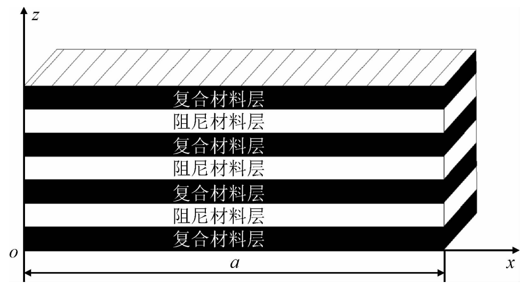


图 1 CMDFECB 的几何结构

Fig. 1 The geometry of CMDFECB

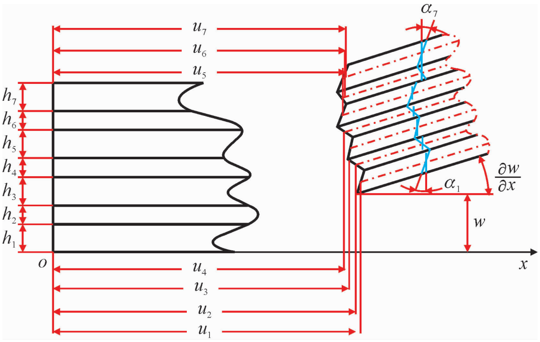


图 2 CMDFECB 的面内位移

Fig. 2 In-plane displacement of CMDFECB

1.2 CMDFECB 几何方程及本构关系

结合所做假设,CMDFECB 各层位移为

$$\begin{gathered}\overline{U}_i(x,z,t) = u_i(x,t) + z^{(i)}\alpha_i(x,t),\\ \overline{W}(x,z,t) = w(x,t)\end{gathered} \tag{1}$$

式中:$i=1,2,3,4,5,6,7$; u_i 和 w 分别表示每层中心线的纵向位移和横向位移; α_i 表示每层中心线法线的转角。

在 CMDFECB 的各层建立坐标系(图 3),原点位于各层的中心线上,$z^{(i)}$ 是各层的垂直坐标。

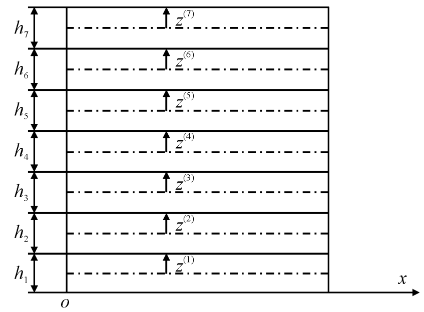


图 3　CMDFECB 的坐标系

Fig. 3　Coordinate system of CMDFECB

每层的位移-应变关系为

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_x^{(i)} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xz}^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial u_i}{\partial x} + z^{(i)} \dfrac{\partial \alpha_i}{\partial x} \\ \alpha_i + \dfrac{\partial w}{\partial x} \end{pmatrix} \tag{2}$$

每层的应力-应变关系为

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}_x^{(i)} \\ \boldsymbol{\tau}_{xz}^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\boldsymbol{Q}}_{11}^{(i)} & 0 \\ 0 & \bar{\boldsymbol{Q}}_{55}^{(i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_x^{(i)} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xz}^{(i)} \end{pmatrix} \tag{3}$$

式中:$\bar{\boldsymbol{Q}}_{11}^{(i)}$ 和 $\bar{\boldsymbol{Q}}_{55}^{(i)}$ 是各层的刚度系数,具体为

$$\bar{\boldsymbol{Q}}_{11}^{(i)} = \boldsymbol{Q}_{11}^{(i)} \cos^4 \theta_i + 2(\boldsymbol{Q}_{12}^{(i)} + 2\boldsymbol{Q}_{66}^{(i)}) \sin^2 \theta_i \cos^2 \theta_i + \boldsymbol{Q}_{22}^{(i)} \sin^2 \theta_i ,$$

$$\bar{\boldsymbol{Q}}_{55}^{(i)} = \boldsymbol{Q}_{55}^{(i)} \cos^2 \theta_i + \boldsymbol{Q}_{44}^{(i)} \sin^2 \theta_i$$

式中:θ_i 为纤维方向与 x 轴的夹角。

$$\boldsymbol{Q}_{11}^{(i)} = \frac{E_1^{(i)}}{1 - v_{12}^{(i)} v_{21}^{(i)}},\ \boldsymbol{Q}_{12}^{(i)} = \frac{v_{12}^{(i)} E_1^{(i)}}{1 - v_{12}^{(i)} v_{21}^{(i)}},$$

$$\boldsymbol{Q}_{22}^{(i)} = \frac{E_2^{(i)}}{1 - v_{12}^{(i)} v_{21}^{(i)}},\ \boldsymbol{Q}_{44}^{(i)} = \boldsymbol{G}_{23}^{(i)},$$

$$\boldsymbol{Q}_{55}^{(i)} = \boldsymbol{G}_{13}^{(i)},\ \boldsymbol{Q}_{66}^{(i)} = \boldsymbol{G}_{12}^{(i)},\ i = 1,2,3$$

1.3　CMDFECB 运动方程推导

根据 Hamilton 变分原理[19],由式(3)可以得到 CMDFECB 的应变能和动能分别为

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{7} \iiint_V (\boldsymbol{\sigma}_x^{(i)} \boldsymbol{\varepsilon}_x^{(i)} + \boldsymbol{\tau}_{xz}^{(i)} \boldsymbol{\gamma}_{xz}^{(i)}) \mathrm{d}v \tag{4}$$

$$T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{7} \iint_s \left[\rho^{(i)} h^{(i)} \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 + \rho^{(i)} h^{(i)} \left(\frac{\partial u_i}{\partial t}\right)^2 + \frac{\rho^{(i)} (h^{(i)})^3}{12} \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial t}\right)^2\right] \mathrm{d}s \tag{5}$$

根据假设 1)可得

$$u_2 = \frac{1}{2}(u_1 + u_3) + \frac{1}{4}(h_1 \alpha_1 - h_3 \alpha_3) \tag{6a}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{h_2}(u_3 - u_1) - \frac{1}{2h_2}(h_1 \alpha_1 + h_3 \alpha_3) \tag{6b}$$

$$u_4 = \frac{1}{2}(u_3 + u_5) + \frac{1}{4}(h_3 \alpha_3 - h_5 \alpha_5) \tag{6c}$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{h_4}(u_5 - u_3) - \frac{1}{2h_4}(h_3 \alpha_3 + h_5 \alpha_5) \tag{6d}$$

$$u_6 = \frac{1}{2}(u_7 + u_5) + \frac{1}{4}(h_5 \alpha_5 - h_7 \alpha_7) \tag{6e}$$

$$\alpha_6 = \frac{1}{h_6}(u_7 - u_5) - \frac{1}{2h_6}(h_7 \alpha_7 + h_5 \alpha_5) \tag{6f}$$

由式(2)、(3)和(6)可得 CMDFECB 的运动方程,即

δu_1表示对位移量 u_1 进行变分计算,后续亦为此含义。

$$\begin{aligned} & A_{11}^{(1)} u_{1,xx} + \frac{1}{2} A_{11}^{(2)} \left[\frac{1}{2}(u_{1,xx} + u_{3,xx}) + \frac{1}{4}(h_1 \alpha_{1,xx} - h_3 \alpha_{3,xx})\right] - \\ & \frac{1}{h_2} D_{11}^{(2)} \left[\frac{1}{h_2}(u_{3,xx} - u_{1,xx}) - \frac{1}{2h_2}(h_1 \alpha_{1,xx} + h_3 \alpha_{3,xx})\right] + \\ & \frac{1}{h_2} C_{55}^{(2)} \left[w_{,x} + \frac{1}{h_2}(u_3 - u_1) - \frac{1}{2h_2}(h_1 \alpha_1 + h_3 \alpha_3)\right] - \\ & \left\{\rho_1 h_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \frac{\rho_2 h_2}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}\right) + \frac{1}{4}\left(h_1 \frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial t^2} - h_3 \frac{\partial^2 \alpha_3}{\partial t^2}\right)\right] - \right. \\ & \left. \frac{\rho_2 h_2^2}{12}\left[\frac{1}{h_2}\left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}\right) - \frac{1}{2h_2}\left(h_1 \frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial t^2} + h_3 \frac{\partial^2 \alpha_3}{\partial t^2}\right)\right]\right\} = 0 \end{aligned} \tag{7}$$

δu_3:

$$\begin{aligned} & A_{11}^{(3)} u_{3,xx} + \frac{1}{2} A_{11}^{(2)} \left[\frac{1}{2}(u_{1,xx} + u_{3,xx}) + \frac{1}{4}(h_1 \alpha_{1,xx} - h_3 \alpha_{3,xx})\right] + \\ & \frac{1}{h_2} D_{11}^{(2)} \left[\frac{1}{h_2}(u_{3,xx} - u_{1,xx}) - \frac{1}{2h_2}(h_1 \alpha_{1,xx} + h_3 \alpha_{3,xx})\right] + \\ & \frac{1}{2} A_{11}^{(4)} \left[\frac{1}{2}(u_{3,xx} + u_{5,xx}) + \frac{1}{4}(h_3 \alpha_{3,xx} - h_5 \alpha_{5,xx})\right] - \\ & \frac{1}{h_4} D_{11}^{(4)} \left[\frac{1}{h_4}(u_{5,xx} - u_{3,xx}) - \frac{1}{2h_4}(h_5 \alpha_{5,xx} + h_3 \alpha_{3,xx})\right] - \\ & \frac{1}{h_2} C_{55}^{(2)} \left[w_{,x} + \frac{1}{h_2}(u_3 - u_1) - \frac{1}{2h_2}(h_1 \alpha_1 + h_3 \alpha_3)\right] - \\ & \left\{\rho_3 h_3 \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} + \frac{\rho_2 h_2}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}\right) + \frac{1}{4}\left(h_1 \frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial t^2} - h_3 \frac{\partial^2 \alpha_3}{\partial t^2}\right)\right] + \frac{\rho_2 h_2^2}{12}\left[\frac{1}{h_2}\left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}\right) - \right.\right. \\ & \left.\left. \frac{1}{2h_2}\left(h_1 \frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial t^2} + h_3 \frac{\partial^2 \alpha_3}{\partial t^2}\right)\right] + \frac{\rho_4 h_4}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u_5}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}\right) + \right.\right. \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4}\left(h_3\frac{\partial^2\alpha_3}{\partial t^2}-h_5\frac{\partial^2\alpha_5}{\partial t^2}\right)\Big]-\frac{\rho_4h_4^2}{12}\Big[\frac{1}{h_4}\left(\frac{\partial^2u_5}{\partial t^2}-\frac{\partial^2u_3}{\partial t^2}\right)-$$
$$\frac{1}{2h_4}\left(h_5\frac{\partial^2\alpha_5}{\partial t^2}+h_3\frac{\partial^2\alpha_3}{\partial t^2}\right)\Big]\Big\}=0 \tag{8}$$

δu_5:

$$A_{11}^{(5)}u_{5,xx}+\frac{1}{2}A_{11}^{(4)}\Big[\frac{1}{2}(u_{5,xx}+u_{3,xx})+$$
$$\frac{1}{4}(h_3\alpha_{3,xx}-h_5\alpha_{5,xx})\Big]+$$
$$\frac{1}{h_4}D_{11}^{(4)}\Big[\frac{1}{h_4}(u_{5,xx}-u_{3,xx})-\frac{1}{2h_4}(h_5\alpha_{5,xx}+h_3\alpha_{3,xx})\Big]-$$
$$\frac{1}{h_4}C_{55}^{(4)}\Big[w_{,x}+\frac{1}{h_4}(u_5-u_3)-\frac{1}{2h_4}(h_5\alpha_5+h_3\alpha_3)\Big]+$$
$$\frac{1}{2}A_{11}^{(6)}\Big[\frac{1}{2}(u_{5,xx}+u_{7,xx})+\frac{1}{4}(h_5\alpha_{5,xx}-h_7\alpha_{7,xx})\Big]-$$
$$\frac{1}{h_6}D_{11}^{(6)}\Big[\frac{1}{h_6}(u_{7,xx}-u_{5,xx})-\frac{1}{2h_6}(h_5\alpha_{5,xx}+h_7\alpha_{7,xx})\Big]+$$
$$\frac{1}{h_6}C_{55}^{(6)}\Big[w_{,x}+\frac{1}{h_6}(u_7-u_5)-\frac{1}{2h_6}(h_5\alpha_5+h_7\alpha_7)\Big]-$$
$$\Big\{\rho_5h_5\frac{\partial^2u_5}{\partial t^2}+\frac{\rho_4h_4}{2}\Big[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2u_5}{\partial t^2}+\frac{\partial^2u_3}{\partial t^2}\right)+$$
$$\frac{1}{4}\left(h_3\frac{\partial^2\alpha_3}{\partial t^2}-h_5\frac{\partial^2\alpha_5}{\partial t^2}\right)\Big]+\frac{\rho_4h_4^2}{12}\Big[\frac{1}{h_4}\left(\frac{\partial^2u_5}{\partial t^2}-\frac{\partial^2u_3}{\partial t^2}\right)-$$
$$\frac{1}{2h_4}\left(h_5\frac{\partial^2\alpha_5}{\partial t^2}+h_3\frac{\partial^2\alpha_3}{\partial t^2}\right)\Big]+\frac{\rho_6h_6}{2}\Big[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2u_5}{\partial t^2}+\frac{\partial^2u_7}{\partial t^2}\right)+$$
$$\frac{1}{4}\left(h_5\frac{\partial^2\alpha_5}{\partial t^2}-h_7\frac{\partial^2\alpha_7}{\partial t^2}\right)\Big]-\frac{\rho_6h_6^2}{12}\Big[\frac{1}{h_6}\left(\frac{\partial^2u_7}{\partial t^2}-\frac{\partial^2u_5}{\partial t^2}\right)-$$
$$\frac{1}{2h_6}\left(h_5\frac{\partial^2\alpha_5}{\partial t^2}+h_7\frac{\partial^2\alpha_7}{\partial t^2}\right)\Big]\Big\}=0 \tag{9}$$

δu_7:

$$A_{11}^{(7)}u_{7,xx}+\frac{1}{2}A_{11}^{(6)}\Big[\frac{1}{2}(u_{5,xx}+u_{7,xx})+$$
$$\frac{1}{4}(h_5\alpha_{5,xx}-h_7\alpha_{7,xx})\Big]+$$
$$\frac{1}{h_6}D_{11}^{(6)}\Big[\frac{1}{h_6}(u_{7,xx}-u_{5,xx})-\frac{1}{2h_6}(h_5\alpha_{5,xx}+h_7\alpha_{7,xx})\Big]-$$
$$\frac{1}{h_6}C_{55}^{(6)}\Big[w_{,x}+\frac{1}{h_6}(u_7-u_5)-\frac{1}{2h_6}(h_5\alpha_5+h_7\alpha_7)\Big]-$$
$$\Big\{\rho_7h_7\frac{\partial^2u_7}{\partial t^2}+\frac{\rho_6h_6}{2}\Big[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2u_5}{\partial t^2}+\frac{\partial^2u_7}{\partial t^2}\right)+$$
$$\frac{1}{4}\left(h_5\frac{\partial^2\alpha_5}{\partial t^2}-h_7\frac{\partial^2\alpha_7}{\partial t^2}\right)\Big]+\frac{\rho_6h_6^2}{12}\Big[\frac{1}{h_6}\left(\frac{\partial^2u_7}{\partial t^2}-\frac{\partial^2u_5}{\partial t^2}\right)-$$
$$\frac{1}{2h_6}\left(h_5\frac{\partial^2\alpha_5}{\partial t^2}+h_3\frac{\partial^2\alpha_7}{\partial t^2}\right)\Big]\Big\}=0 \tag{10}$$

δw:

$$C_{55}^{(1)}(w_{,xx}+\alpha_{1,x})+C_{55}^{(2)}\Big[w_{,xx}+\frac{1}{h_2}(u_{3,x}-u_{1,x})-$$
$$\frac{1}{2h_2}(h_1\alpha_{1,x}+h_3\alpha_{3,x})\Big]+C_{55}^{(3)}(w_{,xx}+\alpha_{3,x})+$$
$$C_{55}^{(4)}\Big[w_{,xx}+\frac{1}{h_4}(u_{5,x}-u_{3,x})-\frac{1}{2h_4}(h_5\alpha_{5,x}+h_3\alpha_{3,x})\Big]+$$
$$C_{55}^{(5)}(w_{,xx}+\alpha_{5,x})+C_{55}^{(6)}\Big[w_{,xx}+\frac{1}{h_6}(u_{7,x}-u_{5,x})-$$
$$\frac{1}{2h_6}(h_5\alpha_{5,x}+h_7\alpha_{7,x})\Big]+C_{55}^{(7)}(w_{,xx}+\alpha_{7,x})-$$
$$\Big\{(\rho_1h_1+\rho_2h_2+\rho_3h_3+\rho_4h_4+\rho_5h_5+\rho_6h_6+\rho_7h_7)\frac{\partial^2w}{\partial t^2}\Big\}=0 \tag{11}$$

$\delta\alpha_1$:

$$D_{11}^{(1)}\alpha_{1,xx}+\frac{h_1}{4}A_{11}^{(2)}\Big[\frac{1}{2}(u_{1,xx}+u_{3,xx})+$$
$$\frac{1}{4}(h_1\alpha_{1,xx}-h_3\alpha_{3,xx})\Big]-$$
$$\frac{h_1}{2h_2}D_{11}^{2}\Big[\frac{1}{h_2}(u_{3,xx}-u_{1,xx})-\frac{1}{2h_2}(h_1\alpha_{1,xx}+h_3\alpha_{3,xx})\Big]-$$
$$[C_{55}^{(1)}(w_{,x}+\alpha_1)]+$$
$$\frac{h_1}{2h_2}\Big\{C_{55}^{(2)}\Big[w_{,x}+\frac{1}{h_2}(u_3-u_1)-\frac{1}{2h_2}(h_1\alpha_1+h_3\alpha_3)\Big]\Big\}-$$
$$\Big\{\frac{\rho_2h_1h_2}{4}\Big[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2u_1}{\partial t^2}+\frac{\partial^2u_3}{\partial t^2}\right)+\frac{1}{4}\left(h_1\frac{\partial^2\alpha_1}{\partial t^2}-h_3\frac{\partial^2\alpha_3}{\partial t^2}\right)\Big]+$$
$$\frac{\rho_1h_1^3}{12}\frac{\partial^2\alpha_1}{\partial t^2}-\frac{\rho_2h_1h_2^2}{24}\Big[\frac{1}{h_2}\left(\frac{\partial^2u_3}{\partial t^2}-\frac{\partial^2u_1}{\partial t^2}\right)-$$
$$\frac{1}{2h_2}\left(h_1\frac{\partial^2\alpha_1}{\partial t^2}+h_3\frac{\partial^2\alpha_3}{\partial t^2}\right)\Big]\Big\}=0 \tag{12}$$

$\delta\alpha_3$:

$$D_{11}^{(3)}\alpha_{3,xx}-\frac{h_3}{4}A_{11}^{(2)}\Big[\frac{1}{2}(u_{1,xx}+u_{3,xx})+$$
$$\frac{1}{4}(h_1\alpha_{1,xx}-h_3\alpha_{3,xx})\Big]+$$
$$\frac{h_3}{4}A_{11}^{(4)}\Big[\frac{1}{2}(u_{3,xx}+u_{5,xx})+\frac{1}{4}(h_3\alpha_{3,xx}-h_5\alpha_{5,xx})\Big]-$$
$$\frac{h_3}{2h_2}D_{11}^{(2)}\Big[\frac{1}{h_2}(u_{3,xx}-u_{1,xx})-\frac{1}{2h_2}(h_1\alpha_{1,xx}+h_3\alpha_{3,xx})\Big]-$$
$$\frac{h_3}{2h_4}D_{11}^{(4)}\Big[\frac{1}{h_4}(u_{5,xx}-u_{3,xx})-\frac{1}{2h_4}(h_5\alpha_{5,xx}+h_3\alpha_{3,xx})\Big]-$$
$$[C_{55}^{(3)}(w_{,x}+\alpha_3)]+$$
$$\frac{h_3}{2h_2}C_{55}^{(2)}\Big[w_{,x}+\frac{1}{h_2}(u_3-u_1)-\frac{1}{2h_2}(h_1\alpha_1+h_3\alpha_3)\Big]+$$
$$\frac{h_3}{2h_4}C_{55}^{(4)}\Big[w_{,x}+\frac{1}{h_4}(u_5-u_3)-\frac{1}{2h_4}(h_5\alpha_5+h_3\alpha_3)\Big]-$$

$$\left\{-\frac{\rho_2 h_3 h_2}{4}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}\right)+\frac{1}{4}\left(h_1\frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial t^2}-h_3\frac{\partial^2 \alpha_3}{\partial t^2}\right)\right]+\right.$$

$$\frac{\rho_3 h_3^3}{12}\frac{\partial^2 \alpha_3}{\partial t^2}-\frac{\rho_2 h_3 h_2^2}{24}\left[\frac{1}{h_2}\left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}\right)-\right.$$

$$\left.\frac{1}{2h_2}\left(h_1\frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial t^2}+h_3\frac{\partial^2 \alpha_3}{\partial t^2}\right)\right]+\frac{\rho_2 h_3 h_4}{4}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u_5}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}\right)+\right.$$

$$\left.\frac{1}{4}\left(h_1\frac{\partial^2 \alpha_3}{\partial t^2}-h_3\frac{\partial^2 \alpha_5}{\partial t^2}\right)\right]-\frac{\rho_2 h_3 h_4^2}{24}\left[\frac{1}{h_4}\left(\frac{\partial^2 u_5}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}\right)-\right.$$

$$\left.\left.\frac{1}{2h_4}\left(h_1\frac{\partial^2 \alpha_5}{\partial t^2}+h_3\frac{\partial^2 \alpha_3}{\partial t^2}\right)\right]\right\}=0 \tag{13}$$

$\delta\alpha_5$:

$$D_{11}^{(5)}\alpha_{5,xx}-\frac{h_5}{4}A_{11}^{(4)}\left[\frac{1}{2}(u_{5,xx}+u_{3,xx})+\right.$$

$$\left.\frac{1}{4}(h_3\alpha_{3,xx}-h_5\alpha_{5,xx})\right]-$$

$$\frac{h_5}{2h_4}D_{11}^{(4)}\left[\frac{1}{h_4}(u_{5,xx}-u_{3,xx})-\frac{1}{2h_4}(h_5\alpha_{5,xx}+h_3\alpha_{3,xx})\right]-$$

$$[C_{55}^{(5)}(w_{,x}+\alpha_5)]+$$

$$\frac{h_5}{2h_4}C_{55}^{(4)}\left[w_{,x}+\frac{1}{h_4}(u_5-u_3)-\frac{1}{2h_4}(h_5\alpha_5+h_3\alpha_3)\right]+$$

$$\frac{h_5}{4}A_{11}^{(6)}\left[\frac{1}{2}(u_{5,xx}+u_{7,xx})+\frac{1}{4}(h_5\alpha_{5,xx}-h_7\alpha_{7,xx})\right]-$$

$$\frac{h_5}{2h_6}D_{11}^{(6)}\left[\frac{1}{h_6}(u_{7,xx}-u_{5,xx})-\frac{1}{2h_6}(h_5\alpha_{5,xx}+h_7\alpha_{7,xx})\right]+$$

$$\frac{h_5}{2h_6}C_{55}^{(6)}\left[w_{,x}+\frac{1}{h_6}(u_7-u_5)-\frac{1}{2h_6}(h_5\alpha_5+h_7\alpha_7)\right]-$$

$$\left\{\frac{\rho_5 h_5^3}{12}\frac{\partial^2 \alpha_5}{\partial t^2}-\frac{\rho_5 h_4 h_5}{4}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u_5}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}\right)+\right.\right.$$

$$\left.\frac{1}{4}\left(h_3\frac{\partial^2 \alpha_3}{\partial t^2}-h_5\frac{\partial^2 \alpha_5}{\partial t^2}\right)\right]-\frac{\rho_4 h_5 h_4^2}{24}\left[\frac{1}{h_4}\left(\frac{\partial^2 u_5}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}\right)-\right.$$

$$\left.\frac{1}{2h_4}\left(h_5\frac{\partial^2 \alpha_5}{\partial t^2}+h_3\frac{\partial^2 \alpha_3}{\partial t^2}\right)\right]+\frac{\rho_5 h_4 h_5}{4}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u_5}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 u_7}{\partial t^2}\right)+\right.$$

$$\left.\frac{1}{4}\left(h_5\frac{\partial^2 \alpha_5}{\partial t^2}-h_7\frac{\partial^2 \alpha_7}{\partial t^2}\right)\right]-\frac{\rho_4 h_5 h_6^2}{24}\left[\frac{1}{h_6}\left(\frac{\partial^2 u_7}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 u_5}{\partial t^2}\right)-\right.$$

$$\left.\left.\frac{1}{2h_6}\left(h_5\frac{\partial^2 \alpha_5}{\partial t^2}+h_7\frac{\partial^2 \alpha_7}{\partial t^2}\right)\right]\right\}=0 \tag{14}$$

$\delta\alpha_7$:

$$D_{11}^{(7)}\alpha_{7,xx}-\frac{h_7}{4}A_{11}^{(6)}\left[\frac{1}{2}(u_{5,xx}+u_{7,xx})+\right.$$

$$\left.\frac{1}{4}(h_5\alpha_{5,xx}-h_7\alpha_{7,xx})\right]-$$

$$\frac{h_7}{2h_6}D_{11}^{(6)}\left[\frac{1}{h_6}(u_{7,xx}-u_{5,xx})-\frac{1}{2h_{6+}}(h_5\alpha_{5,xx}+h_7\alpha_{7,xx})\right]-$$

$$[C_{55}^{(7)}(w_{,x}+\alpha_7)]+$$

$$\frac{h_7}{2h_6}C_{55}^{(6)}\left[w_{,x}+\frac{1}{h_6}(u_7-u_5)-\frac{1}{2h_6}(h_5\alpha_5+h_7\alpha_7)\right]-$$

$$\left\{\frac{\rho_7 h_7^3}{12}\frac{\partial^2 \alpha_7}{\partial t^2}-\frac{\rho_6 h_6 h_7}{4}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 u_5}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 u_7}{\partial t^2}\right)+\right.\right.$$

$$\left.\frac{1}{4}\left(h_5\frac{\partial^2 \alpha_5}{\partial t^2}-h_7\frac{\partial^2 \alpha_7}{\partial t^2}\right)\right]-\frac{\rho_6 h_7 h_6^2}{24}\left[\frac{1}{h_6}\left(\frac{\partial^2 u_7}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 u_5}{\partial t^2}\right)-\right.$$

$$\left.\left.\frac{1}{2h_6}\left(h_5\frac{\partial^2 \alpha_5}{\partial t^2}+h_7\frac{\partial^2 \alpha_7}{\partial t^2}\right)\right]\right\}=0 \tag{15}$$

式中:$(A_{11}^{(i)}, D_{11}^{(i)}) = \int_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \overline{Q_{11}^{(i)}}(1, z^{(i)}, (z^{(i)})^2)\mathrm{d}z$,

$$C_{11}^{(i)} = \int_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \overline{Q_{55}^{(i)}}\mathrm{d}z$$

1.4　振动方程的求解

梁是固支支撑,边界条件为

$$x=0, a \text{ 时}, u=0, w=0, \frac{\partial w}{\partial x}=0 \tag{16}$$

满足上述边界条件的 Navier 解为

$$\begin{cases} u_1(x)=\sum_m U_1 U_m \mathrm{e}^{i\omega^* t} \\ u_3(x)=\sum_m U_3 U_m \mathrm{e}^{i\omega^* t} \\ u_5(x)=\sum_m U_5 U_m \mathrm{e}^{i\omega^* t} \\ u_7(x)=\sum_m U_7 U_m \mathrm{e}^{i\omega^* t} \\ w(x)=\sum_m W W_m \mathrm{e}^{i\omega^* t} \\ \alpha_1(x)=\sum_m \varnothing_1 \varnothing_m \mathrm{e}^{i\omega^* t} \\ \alpha_3(x)=\sum_m \varnothing_3 \varnothing_m \mathrm{e}^{i\omega^* t} \\ \alpha_5(x)=\sum_m \varnothing_5 \varnothing_m \mathrm{e}^{i\omega^* t} \\ \alpha_7(x)=\sum_m \varnothing_7 \varnothing_m \mathrm{e}^{i\omega^* t} \end{cases} \tag{17}$$

式中:U_1、U_3、U_5、U_7、W、$\varnothing_1$、$\varnothing_3$、$\varnothing_5$ 和 $\varnothing_7$ 为未知系数;U_m、W_m、$\varnothing_m$ 为阵型函数。

根据板壳振动理论和复合材料力学[20-21],振型函数为

$$U_{1m}(x)=\left((-1)^m\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{2x}{a^2}\right)+\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{4x}{a^2}+\frac{1}{a}\right)-\frac{1}{a}\cos\frac{m\pi x}{a}\right),$$

$$U_{3m}(x)=\left((-1)^m\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{2x}{a^2}\right)+\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{4x}{a^2}+\frac{1}{a}\right)-\frac{1}{a}\cos\frac{m\pi x}{a}\right),$$

$$U_{5m}(x)=\left((-1)^m\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{2x}{a^2}\right)+\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{4x}{a^2}+\frac{1}{a}\right)-\frac{1}{a}\cos\frac{m\pi x}{a}\right),$$

$$U_{7m}(x)=\left((-1)^m\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{2x}{a^2}\right)+\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{4x}{a^2}+\frac{1}{a}\right)-\frac{1}{a}\cos\frac{m\pi x}{a}\right),$$

$$W_m(x)=\left((-1)^m\left(\frac{x^3}{a^3}-\frac{x^2}{a^2}\right)+\left(\frac{x^3}{a^3}-\frac{2x^2}{a^2}+\frac{x}{a}\right)-\frac{1}{m\pi}\sin\frac{m\pi x}{a}\right),$$
$$\varnothing_{1m}(x)=\left((-1)^m\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{2x}{a^2}\right)+\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{4x}{a^2}+\frac{1}{a}\right)-\frac{1}{a}\cos\frac{m\pi x}{a}\right),$$
$$\varnothing_{3m}(x)=\left((-1)^m\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{2x}{a^2}\right)+\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{4x}{a^2}+\frac{1}{a}\right)-\frac{1}{a}\cos\frac{m\pi x}{a}\right),$$
$$\varnothing_{5m}(x)=\left((-1)^m\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{2x}{a^2}\right)+\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{4x}{a^2}+\frac{1}{a}\right)-\frac{1}{a}\cos\frac{m\pi x}{a}\right),$$
$$\varnothing_{7m}(x)=\left((-1)^m\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{2x}{a^2}\right)+\left(\frac{3x^2}{a^3}-\frac{4x}{a^2}+\frac{1}{a}\right)-\frac{1}{a}\cos\frac{m\pi x}{a}\right)\tag{18}$$

三角级数系数满足

$$\beta_m^{(1)}=\frac{2}{a}\int_0^a h_1(u,w,\alpha)\cos\frac{m\pi x}{L}\mathrm{d}x=0,$$
$$\beta_m^{(2)}=\frac{2}{a}\int_0^a h_2(u,w,\alpha)\cos\frac{m\pi x}{L}\mathrm{d}x=0,$$
$$\beta_m^{(3)}=\frac{2}{a}\int_0^a h_3(u,w,\alpha)\cos\frac{m\pi x}{L}\mathrm{d}x=0,$$
$$\beta_m^{(4)}=\frac{2}{a}\int_0^a h_4(u,w,\alpha)\cos\frac{m\pi x}{L}\mathrm{d}x=0,$$
$$\beta_m^{(5)}=\frac{2}{a}\int_0^a h_5(u,w,\alpha)\sin\frac{m\pi x}{L}\mathrm{d}x=0,$$
$$\beta_m^{(6)}=\frac{2}{a}\int_0^a h_6(u,w,\alpha)\cos\frac{m\pi x}{L}\mathrm{d}x=0,$$
$$\beta_m^{(7)}=\frac{2}{a}\int_0^a h_7(u,w,\alpha)\cos\frac{m\pi x}{L}\mathrm{d}x=0,$$
$$\beta_m^{(8)}=\frac{2}{a}\int_0^a h_8(u,w,\alpha)\cos\frac{m\pi x}{L}\mathrm{d}x=0,$$
$$\beta_m^{(9)}=\frac{2}{a}\int_0^a h_9(u,w,\alpha)\cos\frac{m\pi x}{L}\mathrm{d}x=0\tag{19}$$

将式(18)、(19)代入式(8)~(16)中,整理得

$$£_1(u,w,\alpha)=\delta u_1=\sum_m\beta_m^{(1)}\cos\frac{m\pi x}{L}=0,$$
$$£_2(u,w,\alpha)=\delta u_3=\sum_m\beta_m^{(2)}\cos\frac{m\pi x}{L}=0,$$
$$£_3(u,w,\alpha)=\delta u_5=\sum_m\beta_m^{(3)}\cos\frac{m\pi x}{L}=0,$$
$$£_4(u,w,\alpha)=\delta u_7=\sum_m\beta_m^{(4)}\cos\frac{m\pi x}{L}=0,$$
$$£_5(u,w,\alpha)=\delta w=\sum_m\beta_m^{(5)}\sin\frac{m\pi x}{L}=0,$$
$$£_6(u,w,\alpha)=\delta\alpha_1=\sum_m\beta_m^{(6)}\cos\frac{m\pi x}{L}=0,$$
$$£_7(u,w,\alpha)=\delta\alpha_3=\sum_m\beta_m^{(7)}\cos\frac{m\pi x}{L}=0,$$
$$£_8(u,w,\alpha)=\delta\alpha_5=\sum_m\beta_m^{(8)}\cos\frac{m\pi x}{L}=0,$$
$$£_9(u,w,\alpha)=\delta\alpha_7=\sum_m\beta_m^{(9)}\cos\frac{m\pi x}{L}=0\tag{20}$$

整理得

$$\boldsymbol{KX}=\boldsymbol{M}(\omega^*)\boldsymbol{X}\tag{21}$$

式中:$\boldsymbol{K}$ 和 $\boldsymbol{M}$ 分别为刚度矩阵和质量矩阵;$\boldsymbol{X}=(U_1,U_3,U_5,U_7,W,\varnothing_1,\varnothing_3,\varnothing_5,\varnothing_7)^{\mathrm{T}}$。

由式(22)和(23)计算可得 CMDFECB 结构的振动频率和损耗因子,即

$$\omega=\sqrt{\mathrm{Re}(\omega^*)^2}\tag{22}$$
$$\eta=\mathrm{Im}((\omega^*)^2/\mathrm{Re}(\omega^*)^2\tag{23}$$

2 试验和仿真模拟验证

2.1 试件制作

CMDFECB 试件制备步骤如下,

1)根据相似相容原理,阻尼材料和四氢呋喃按 1 g∶7 mL 的比例进行混合,制作出可刷涂的具有一定黏稠度的阻尼浆液。

2)将预浸料裁剪成所需要的尺寸,然后采用双面涂刷的方式等速均匀的刷涂在预浸料表面,使其形成预期厚度的阻尼薄膜。

3)在金属模具表面涂抹脱模剂后铺设预浸料,过程中将阻尼薄膜夹嵌到预浸料预定位置。

4)整体真空密封后放入热压罐中按照碳纤维/环氧树脂预浸工艺曲线进行共固化处理。

5)共固化完成后,将共固化多层阻尼夹嵌复合材料板结构切割成尺寸为 400 mm×20 mm 的梁结构。最终获得试件的几何尺寸(图4),CMDFECB 试件如图5所示。

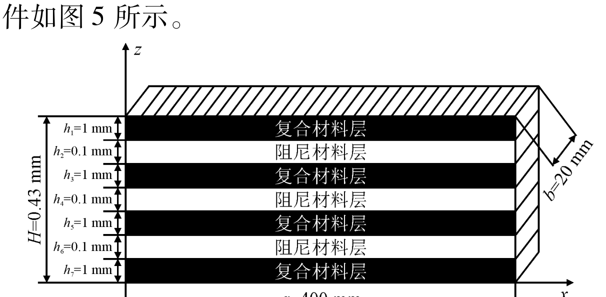


图4 CMDFECB 试件的几何尺寸

Fig. 4 The geometric size of the CMDFECB specimen

2.2　模态试验

模态试验方法选择单点激振法,即激振点位置和方向是固定的,通过变化传感器测点位置来完成试件模态参数的测量,模态测试过程如下。

1)利用制作的 CMDFECB 试件,搭建两端固支的实验平台进行模态试验(图 5)。

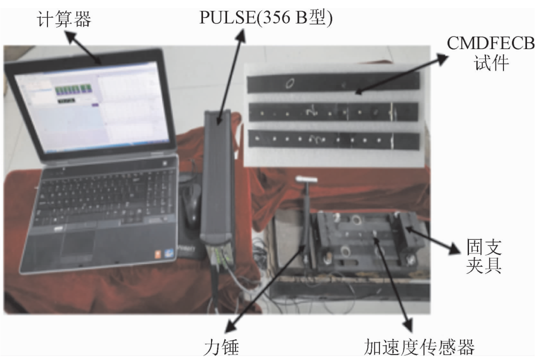


图 5　CMFECB 试件和试验系统

Fig. 5　CMDFECB specimen and system

2)建立 1∶1试验模型并导入 PULSE 中,按照布置的测点模型对试验模型进行网格处理,设置 9 个测点(图 6)。

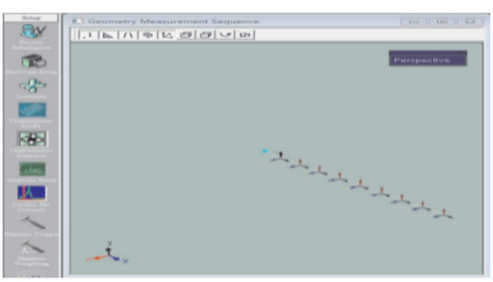
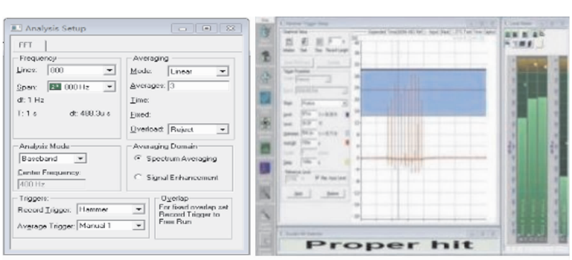


图 6　仿真界面

Fig. 6　Emmlation interface

3)设置模态测试参数以及调试激励力锤,取合适的激励区间,调试过程参见图 7。



(a)　　(b)

图 7　FFT 参数设置和激励力锤调试系统界面

Fig. 7　System interface parameter setting of FFT and Debugging of exciting hammer

4)对 CMDFECB 试件进行模态测试,将获得所有测试点的激励和响应数据,导入到 Reflex 中进行模态参数辨识,提取前三阶的模态振型分别如图 10(b)、11(b) 和 12(b) 所示,其选取过程如图 8 所示。

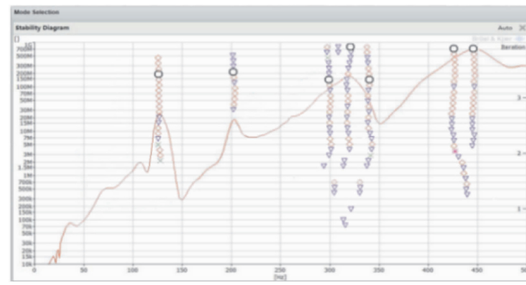


图 8　模态参数识别

Fig. 8　Modal parameter identification

2.3　有限元数值模拟

此外,使用 ANSYS17.0 对 400 mm × 20 mm 复合材料梁结构进行建模,梁结构采用 Solid Brick 8 node 185 单元,在截面设置材料厚度、铺层角度,具体见表 2。在材料参数中定义两种材料,其中,复合材料层的材料为各向异性,材料参数见表 2,黏弹性阻尼层材料为各向同性,材料参数见表 1。

表 1　阻尼层材料参数

Tab. 1　Damping layer material parameters

参数	数值
泊松比 ν_{xy}	0.498
模态损耗因子 η_v	0.1
密度/(kg · m^{-3})	985
弹性模量 E_x/MPa	15.5
厚度/mm	0.1

表 2　复合材料参数

Tab. 2　Composite material parameters

参数	数值
密度/(kg · m^{-3})	1 600
长度 a/mm	400
弹性模量 E_x,E_y,E_z/GPa	57.1　60.3　8.8
泊松比 ν_{xy},ν_{yz} ,ν_{xz}	0.052　0.038　0.334
剪切模量 G_{xy},G_{yz},G_{xz}/GPa	5.32　4.47　4.47
预浸料层厚度/mm	0.25
预浸料层数	4
模态损耗因子 η_c	0.001
铺层角度/(°)	0

之后对所建模型进行单元划分,划分单元情况为:长度方向 400 个单元,宽度方向 20 个单元,厚度

方向7个单元,各层之间通过共节点连接,图9给出了划分网格后的有限元模型,所建梁结构模型的边界条件为两端固支,最终计算出振动时的固有频率和损耗因子与模态试验和理论计算结果相比较。

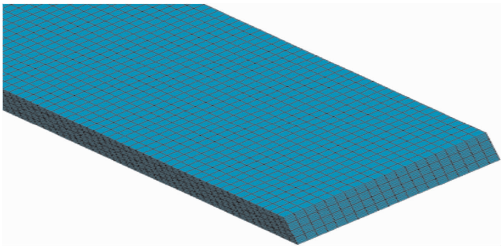


图9 ANASYS 模型图

Fig. 9 ANASYS model diagram

将理论数据与模态试验和数值模拟结果进行比较,如表3所示。

表3 对比结果

Tab. 3 Comparison results

项目	频率/Hz			损耗因子
	一阶	二阶	三阶	$\eta/\%$
理论解	128.85	308.37	459.08	3.05
试验值	134.14	316.71	448.17	3.19
模拟值	130.72	305.42	445.54	3.22
误差1/%	-3.94	-2.63	2.43	-4.38
误差2/%	-1.43	0.96	3.03	-5.27

通过表3对比可知:三者前三阶固有频率和损耗因子基本吻合。前三阶固有频率的最大误差小于4%,损耗因子的最大误差小于6%,能够符合工程实际的需要,验证了本研究理论公式的有效性。图10~12表示前三阶的模态振型,可以发现三者阵型具有良好的一致性,图中(a)是理论形成,(b)是模态试验形成,(c)是有限元模拟形成。

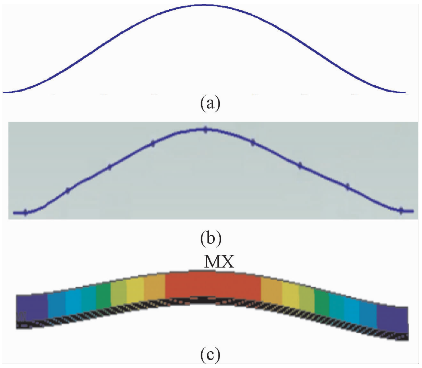


图10 一阶模态

Fig. 10 First-order modal

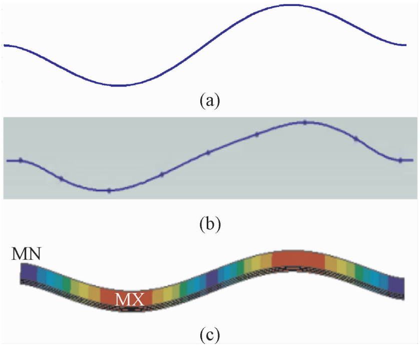


图11 二阶模态

Fig. 11 Second-order modal

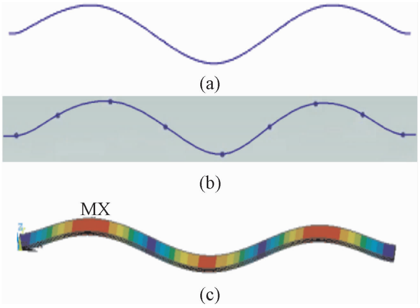


图12 三阶模态

Fig. 12 Third-order modal

3 参数设计对CMDFECB动态特性影响

运用理论模型分析参数变化对CMDFECB动态特性的影响。为方便表述,将CMDFECB的预浸料层厚度记为h_1、h_3、h_5、h_7,阻尼层厚度记为h_2、h_4、h_6,总厚度记为H,阻尼层总厚度记为H_c,其中$H=h_1+h_2+h_3+h_4+h_5+h_6+h_7$,$H_c=h_2+h_4+h_6$,所用的材料参数见表1和2。

保持预浸料层1和7的总厚度恒定($h_1+h_7=2$ mm),CMDFECB振动特性随h_1/h_7和h_4值变化规律如图13所示。

由图13可知:增大h_1/h_7的值,CMDFECB的基频变化为先减小后增大,阻尼比变化为先增大后减小;当$h_1=h_7$时,结构基频达到极小值和损耗因子达到极大值。原因在于当结构发生振动变形时,第1层和第7层复合材料层围绕第四层阻尼层对称分布能使中间阻尼层承受了更大的剪切应力,使阻尼材料获得更大的应变能。此外,随h_4值的增大,极值点位置基本保持不变,而CMDFECB的基频降低,模态损耗因子增加,可见增加中间阻尼层(h_4)厚度可以提升CMDFECB的动力学性能。

保持预浸料层3和5的总厚度恒定($h_3+h_5=2$ mm),CMDFECB动态性能随h_3/h_5和h_4值变化规律如图14所示。

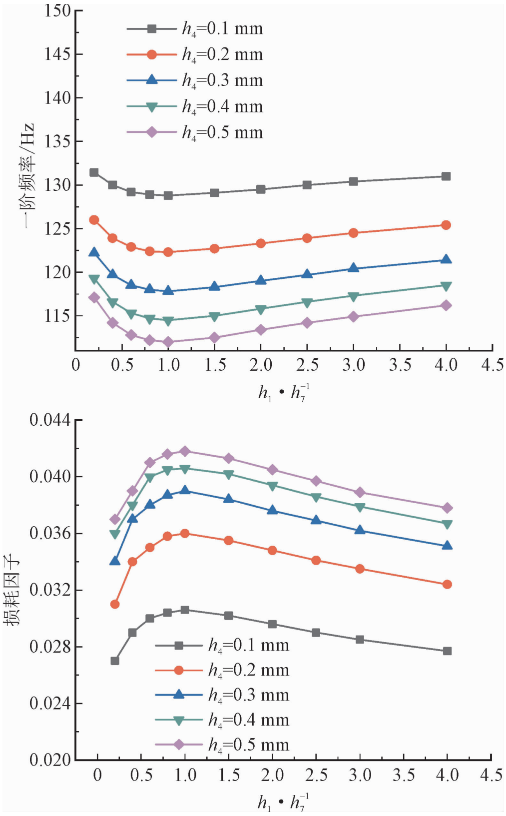


图 13　动态特性随 h_1/h_7 与 h_4 的变化曲线

Fig. 13 The dynamic characteristics change curve with h_1/h_7 and h_4

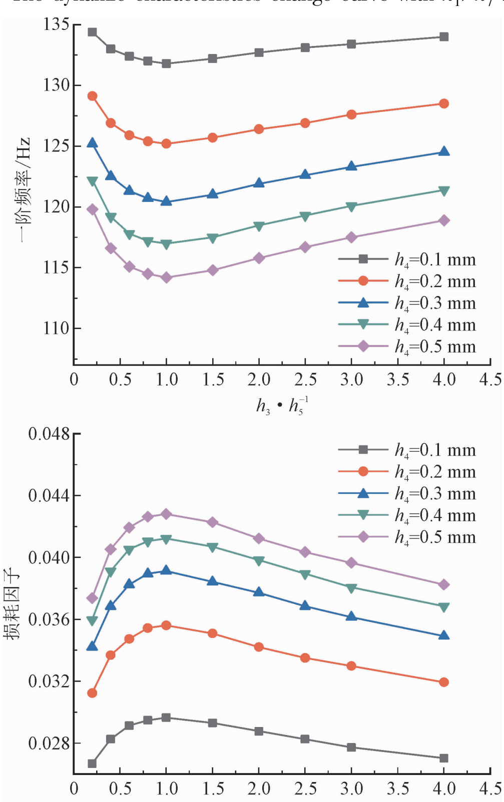


图 14　动态特性随 h_3/h_5 与 h_4 的变化曲线

Fig. 14　The dynamic characteristics change curve with h_3/h_5 and h_4

由图 14 可知，CMDFECB 一阶频率和模态损耗因子与 h_3/h_5 和 h_4 的变化规律和关系类似于图 13，当 h_3+h_5 为定值时，在 $h_1/h_7=1$ 处出现极值，且 h_4 的变化不对极值位置产生影响，产生这种现象的原因也与图 13 相似。因此，设计 CMDFECB 时，复合材料层最佳选择位置是对称结构。

取 $h_1=h_7$、$h_3=h_5$，设定 $h_1+h_7+h_3+h_5$ 的总厚度等于 6 mm，CMDFECB 动态性能随 h_1/h_3 与 h_4 值变化规律如图 15 所示。

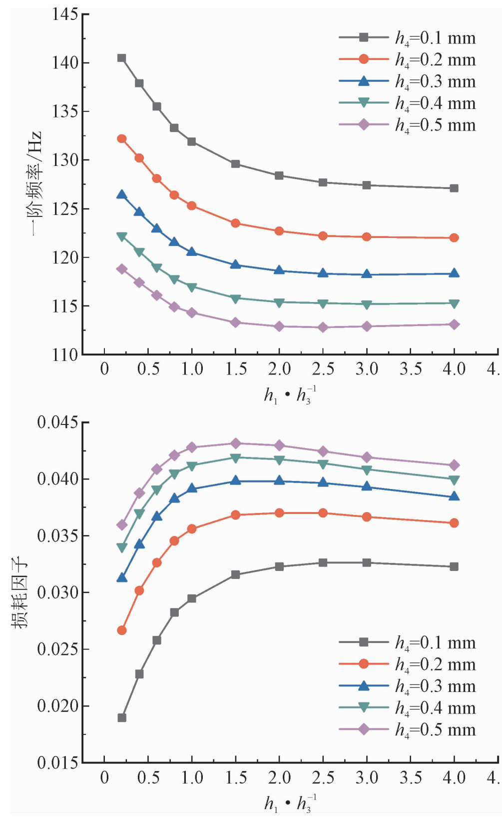


图 15　动态特性随 h_1/h_3 与 h_4 的变化曲线

Fig. 15 The dynamic characteristics change curve with h_1/h_3 and h_4

设定 $h_1+h_7+h_3+h_5$ 的总厚度分别等于 8 mm，CMDFECB 动态性能随 h_1/h_3 与 h_4 值变化规律如图 16 所示。

由图 15 和图 16 可知：$h_1+h_7+h_3+h_5$ 为定值时，增大 h_1/h_3 的值，CMDFECB 的基频先减小后趋于稳定，损耗因子呈先增后减趋势，在 $h_1/h_3=1$ 处 CMDFECB 的基频相对较小，模态损耗因子相对较大。此外，当 $h_1=h_3=h_5=h_7$ 时，CMDFECB 的损耗因子显著提升，原因在于对称结构可使阻尼层获得较大的剪切变形能。因此，在 CMDFECB 的设计中，h_1、h_3、h_5 和 h_7 的厚度最好相等且对称分布。

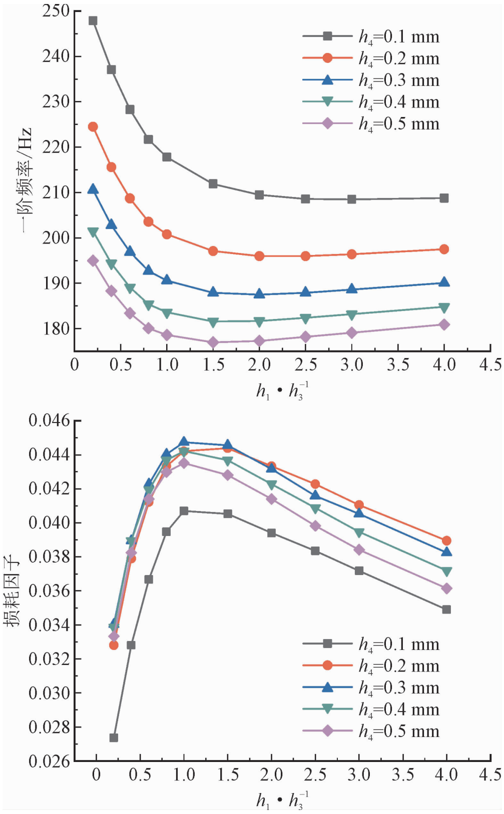


图 16 动态特性随 h_1/h_3 与 h_4 的变化曲线

Fig. 16 The dynamic characteristics change curve with h_1/h_3 and h_4

设定阻尼层 2 和 6 的总厚度 ($h_2 + h_6$) 等于 0.4 mm,取不同 h_2/h_6 与 h_4 的值,CMDFECB 动态特性随 h_2/h_6 与 h_4 值变化规律如图 17 所示。

设定阻尼层 2 和 6 的总厚度 ($h_2 + h_6$) 等于 0.6 mm,CMDFECB 动态特性随 h_2/h_6 与 h_4 值变化规律如图 18 所示。

由图 17 和图 18 可知,$h_2 + h_6$ 为定值时,增大 h_2/h_6 的值,CMDFECB 的基频在小幅范围内先略微减小后趋于平缓,模态损耗因子呈先增后减趋势。CMDFECB 的基频与模态损耗因子分别在 $h_2/h_6 = 1$ 处取得极小值与极大值。原因在于阻尼层对称分布时可以获得更大损耗因子。CMDFECB 发生振动变形时,阻尼层可承受更大的剪切应力,使阻尼材料更好的将机械能转化为热能耗散掉。因此在 CMDFECB 的设计中,中上下阻尼层最好是对称结构。

取 $h_2 = h_6$,CMDFECB 动态特性随 h_4/h_2 和 H_c 值变化规律如图 19 所示。

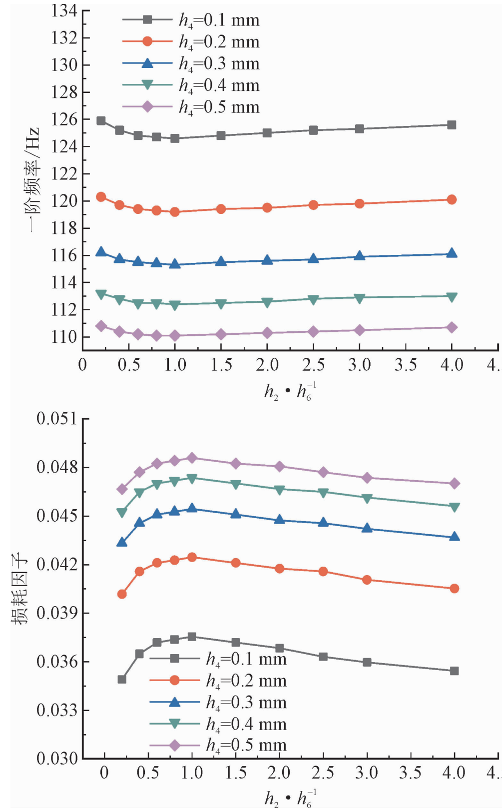


图 17 动态特性随 h_2/h_6 与 h_4 的变化曲线

Fig. 17 The dynamic characteristics change curve with h_2/h_6 and h_4

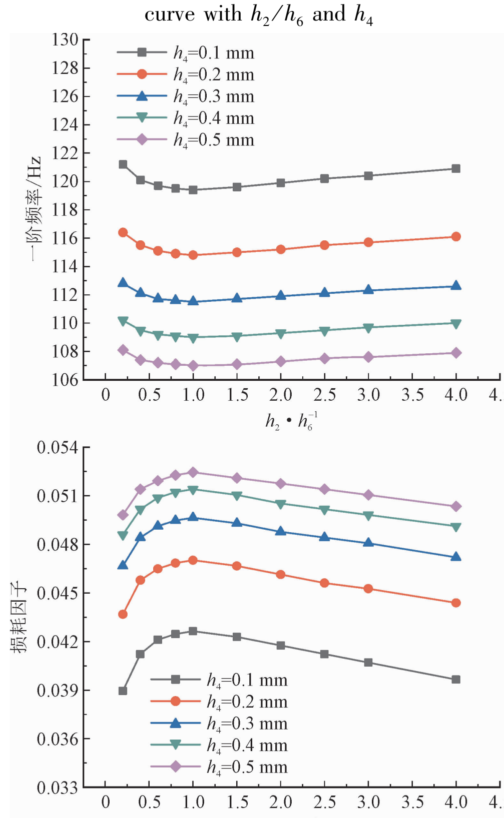


图 18 动态特性随 h_2/h_6 与 h_4 的变化曲线

Fig. 18 The dynamic characteristics change curve with h_2/h_6 and h_4

由图 19 可知：当 CMDFECB 的 3 个阻尼层的厚度 $h_2+h_4+h_6$ 的值一定时，增大 h_4/h_2，CMDFECB 的一阶固有频率表现为先减小后趋于平缓，损耗因子表现为先增大后略微减小；当 h_4/h_2 约等于 1.3 时，CMDFECB 结构的一阶频率出现极小值和损耗因子出现极大值；且不随 h_4、h_2、h_6 的改变而变化。因此，在 CMDFECB 的设计中，中间阻尼层厚度应略大于上下阻尼的厚度。

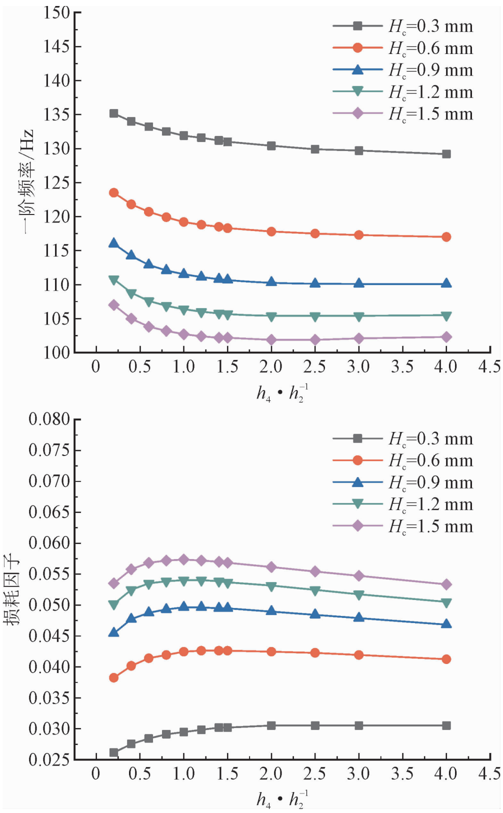


图 19　动态特性随 h_4/h_2 与 H_c 的变化曲线

Fig. 19　The dynamic characteristics change curve with h_4/h_2 and H_c

4　结　论

本研究推导了共固化多层阻尼膜夹嵌复合材料梁的偏微分动力学方程，求解了固支边界条件下模型的理论解。同时基于模态试验法和 FEM 方法对 CMDFECB 结构的基频和损耗因子进行计算，在验证了理论模型可行性的基础上，深入分析了参数设计对 CMDFECB 结构动态性能的影响，得到如下结论。

1）当 CMDFECB 整体为对称结构，且中间阻尼层的厚度略大于上下阻尼层的厚度时，此时 CMDFECB 结构获得最好的动力学性能。

2）在阻尼厚度一定时，存在合适的 H_c/H 值使结构兼具良好的刚度和阻尼性能。

参考文献：

［1］ 梁森，梁磊，米鹏. 嵌入式共固化复合材料阻尼结构的新进展［J］. 应用力学学报，2010，27（4）：767-771.
LIANG Sen，LIANG Lei，MI Peng. New development of the embedded and co-cured composite damping structres［J］. Chinese journal of applied mechanics，2010，27（4）：767-771（in Chinese）.

［2］ 张忠胜. 嵌入式共固化复合材料阻尼结构工艺及力学性能研究［D］. 青岛：青岛理工大学，2012.

［3］ 张术国，梁森，梁天锡，等. 大阻尼高刚度复合材料仪表板的设计结构与工艺研究［J］. 航空制造技术，2016，59（14）：56-60.
ZHANG Shuguo，LIANG Sen，LIANG Tianxi，et al. Design structure and manufacturing technology of large damping and high stiffness composites panel［J］. Aeronautical manufacturing technology，2016，59（14）：56-60（in Chinese）.

［4］ RAVI S S A，KUNDRA T K，NAKRA B C. A response re-analysis of damped beams using eigenparameter perturbation［J］. Journal of sound and vibration，1995，179（3）：399-412.

［5］ PARTHASARTHY G，GANESAN N，REDDY C V R. Study of unconstrained layer damping treatments applied to rectangular plates having central cutouts［J］. Computers & structures，1986，23（3）：433-443.

［6］ 周航，校金友，徐超. 考虑频变阻尼的黏弹性阻尼层板结构模态分析方法［J］. 振动与冲击，2018，37（14）：208-213.
ZHOU Hang，XIAO Jinyou，XU Chao. Modal analysis method for viscoelastically damped laminated structures with frequency-dependent damping［J］. Journal of vibration and shock，2018，37（14）：208-213（in Chinese）.

［7］ 杨莉，孙庆鸿. 自由阻尼处理结构的有限元建模及声辐射分析［J］. 振动工程学报，2004，17（3）：306-310.
YANG Li，SUN Qinghong. Finite element modelling and acoustic radiation analysis of structures with free damping treatment［J］. Journal of vibration engineering，2004，17（3）：306-310（in Chinese）.

［8］ 李伟. 车身结构动特性分析与自由阻尼层布置优化［D］. 长春：吉林大学，2014.

［9］ BERTHELOT J M，ASSARAR M，SEFRANI Y，et al. Damping analysis of composite materials and structures［J］. Composite structures，2008，85（3）：189-204.

［10］ LU Y P，EVERSTINE G C. More on finite element modeling of damped composite systems［J］. Journal of sound and vibration，

1980,69(2):199-205.

[11] LU Y P,KILLIAN J W,EVERSTINE G C. Vibrations of three layered damped sandwich plate composites[J]. Journal of sound and vibration,1979,64(1):63-71.

[12] MOITA J S, ARAÚJO A L, MARTINS P, et al. A finite element model for the analysis of viscoelastic sandwich structures[J]. Computers & structures,2011,89(21/22):1874-1881.

[13] ASSAF S,GUERICH M,CUVELIER P. Vibration and damping analysis of plates with partially covered damping layers[J]. Acta acustica united with acustica,2011,97(4):553-568.

[14] 曾昭阳,范红伟,焦映厚,等. 基于三明治夹层约束阻尼结构的潜艇降噪[J]. 科学技术与工程,2020,20(22):8975-8982.
ZENG Zhaoyang, FAN Hongwei, JIAO Yinghou, et al. Submarine noise reduction based on the thick sandwich type thick shell with restrained damping layer[J]. Science technology and engineering, 2020,20(22):8975-8982(in Chinese).

[15] 李烜,梁森,吴宁晶,等. 嵌入式共固化复合材料阻尼结构阻尼性能的实验研究[J]. 科学技术与工程, 2010, 10(6): 1510-1513.
LI Xuan, LIANG Sen, WU Ningjing, et al. Investigation on the damping characteristics of the embedded co-cured composite damping structures[J]. Science technology and engineering, 2010, 10(6):1510-1513(in Chinese).

[16] ZHENG C S, LIANG S. Improving interfacial shear strength of co-cured sandwich composites by designing novel damping layer[J]. Journal of alloys and compounds,2021,854:157175.

[17] 马国瑞,梁森,杨功先. 双层阻尼薄膜夹嵌复合材料梁的动力学性能[J]. 复合材料科学与工程,2022(9):11-22.
MA Guorui, LIANG Sen, YANG Gongxian. Dynamic performance of composite beam embedded by a double-layer damping film[J]. Composites science and engineering, 2022(9): 11-22(in Chinese).

[18] 郑长升,梁森. 共固化阻尼复合材料研究进展[J]. 高分子材料科学与工程,2020,36(3):183-190.
ZHENG Changsheng, LIANG Sen. Progress in research of co-cured damping composites[J]. Polymer materials science & engineering, 2020,36(3):183-190(in Chinese).

[19] KANT T, SWAMINATHAN K. Analytical solutions for the static analysis of laminated composite and sandwich plates based on a higher order refined theory[J]. Composite structures, 2002, 56(4):329-344.

[20] 曹志远. 板壳振动理论[M]. 北京:中国铁道出版社,1989.

[21] 沈观林,胡更开. 复合材料力学[M]. 北京:清华大学出版社,2006.

(编辑 吕茵)